

数学 I

特 色

本書は、学習指導要領をふまえ、各単元の標準的なレベルの問題を、年間を通じてじっくり完全マスターし、あわせて、受験への基礎対策用としても使用できるように編集されています。

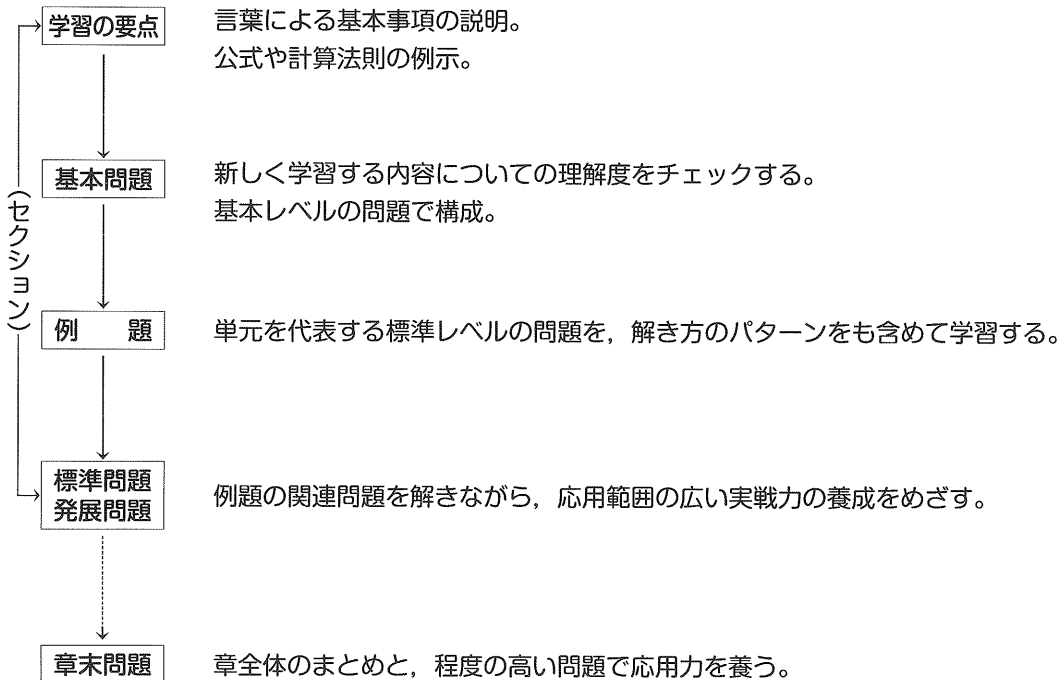
数学は体系が整然としている学問ですから、1つの単元を把握するためには、それを構成している基本事項を正確に理解し、さらに、その単元における典型的な問題の解法パターンを習得することが必要です。

そこで本書では、各単元において、基本事項や重要事項を習得するための基本レベルの問題を取り上げ、それらを反復練習することでまず基礎を固め、続いて、単元の内容をより深く理解する上で必須となる標準レベルの問題を精選して、その解き方をパターンとして学ぶことによって、幅広い応用力が定着するようにしました。

構 成

- 数学 I で学習する事項を、4章 37 セクションに分けました。
- 各セクションは原則として見開き 2 ページ構成で、年間計画がたてやすいよう配慮されています。

☆1 セクションの構成



もくじ

1章 数と式

1 整式の加法・減法, 指数法則	4	8 1次不等式	18
2 展開の公式	6	9 集合	20
3 因数分解(1)	8	10 命題と条件	22
4 因数分解(2)	10	11 命題と証明	24
5 実数	12	12 いろいろな問題	26
6 平方根(1)	14	章末問題	28
7 平方根(2)	16		

2章 2次関数

13 関数とグラフ	30	20 2次関数のグラフと直線	44
14 2次関数のグラフ(1)	32	21 2次方程式の解と係数の関係	46
15 2次関数のグラフ(2)	34	22 2次関数のグラフと2次不等式(1)	48
16 2次関数の最大・最小(1)	36	23 2次関数のグラフと2次不等式(2)	50
17 2次関数の最大・最小(2)	38	24 2次方程式の解の範囲	52
18 2次方程式	40	25 いろいろな問題	54
19 2次関数のグラフと2次方程式	42	章末問題	56

3章 図形と計量

26 鋭角の三角比	58	31 三角形の面積	68
27 鈍角の三角比	60	32 三角比の空間図形への応用	70
28 三角比の相互関係	62	33 いろいろな問題	72
29 正弦定理と余弦定理(1)	64	章末問題	75
30 正弦定理と余弦定理(2)	66		

4章 データの分析

34 データの整理, データの代表値	78	37 データの相関	84
35 データの散らばり	80	章末問題	86
36 分散と標準偏差	82		

重要事項	88
------	----

平方・立方・平方根の表	94
-------------	----

三角比の表	95
-------	----

1

章

数と式

1

整式の加法・減法，指数法則

☆学習の要点☆

① 整式の整理

ある文字について加減乗の範囲内の演算を含むもの(単項式と多項式を合わせたもの)を整式という。整式を整理するとき，ある文字について次数の高い項から順に並べることを，その文字について降べきの順に整理するという。

② 計算の基本法則

(1) 交換法則 $a+b=b+a$, $ab=ba$

(2) 結合法則 $(a+b)+c=a+(b+c)$, $(ab)c=a(bc)$

(3) 分配法則 $a(b+c)=ab+ac$

③ 指数法則

(1) m, n が正の整数のとき, $a^m \times a^n = a^{m+n}$, $(a^m)^n = a^{mn}$, $(ab)^n = a^n b^n$

(2) m, n が正の整数で, $a \neq 0$ のとき, $\frac{a^m}{a^n} = \begin{cases} m > n \text{ のとき} & a^{m-n} \\ m = n \text{ のとき} & 1 \\ m < n \text{ のとき} & \frac{1}{a^{n-m}} \end{cases}$

●基本問題●●●

1 [整式] 次の問いに答えよ。

(1) a, b の単項式 $-4a^2b$ の次数と係数をいえ。

(2) 整式 x^3y+xy^2-6x+4 を x についての整式とみたとき，その次数と各項の係数をいえ。

(3) 次の式を x について降べきの順に整理せよ。

① $x^2-9x-3+6x-x^3-2x^2$

② $abx-4a+cx^2-6x-x^2$

2 [整式の加法・減法] 次の計算をせよ。

(1) $(2x^2-x+1)+(x^2+3x-2)$

(2) $3x^3-4x^2-5-(2x^3+3x^2-x+7)$

(3) $2(x-2y+3)$

(4) $3x^2-2(x-x^2)$

3 [指数法則] 次の計算をせよ。

(1) $a^2 \times a^3 \times a$

(2) $\{(a^3)^2\}^3$

(3) $(-2x^3y)^3$

(4) $(-6ab^2)^2 \div (-3a^2b)$

例題 1 整式の加減

$A=3x^2-xy+6y^2$, $B=4x^2-2xy$, $C=2x^2+4xy+2y^2$ のとき, 次の式を計算せよ。

(1) $A-B+C$

(2) $3(A-2B)-\{A-3(B+C)\}$

着眼点 (1) $-B$ は $-(4x^2-2xy)$ と () をつけて代入する。 (2) 式を簡単にしてから代入する。

解 (1) $A-B+C=3x^2-xy+6y^2-(4x^2-2xy)+2x^2+4xy+2y^2$
 $=3x^2-4x^2+2x^2-xy+2xy+4xy+6y^2+2y^2=x^2+5xy+8y^2$ ……**答**

(2) $3(A-2B)-\{A-3(B+C)\}=2A-3B+3C$
 $=2(3x^2-xy+6y^2)-3(4x^2-2xy)+3(2x^2+4xy+2y^2)$
 $=6x^2-2xy+12y^2-12x^2+6xy+6x^2+12xy+6y^2$
 $=6x^2-12x^2+6x^2-2xy+6xy+12xy+12y^2+6y^2=16xy+18y^2$ ……**答**

4 類題 $A=x^2-3xy+2y^2$, $B=x^2-2xy-3y^2$, $C=2x^2-5y^2$ のとき, 次の式を計算せよ。

(1) $2A-3B$

(2) $A-B-(B-3C)$

標準問題

5 次の各組で, 2式の和を求めよ。また, 左の式から右の式を引け。

(1) $2x^3-x^2+4$, $-14x^3+2x+1$

(2) $\frac{1}{2}x^2-3xy+\frac{1}{4}y^2$, $\frac{1}{3}x^2-\frac{1}{2}xy+y^2$

6 次の問いに答えよ。

(1) $2x^2-3x-5$ を引くと x^2-1 になる整式を求めよ。

(2) $-3x^2+5x-1$ から引くと $-2x^2$ になる整式を求めよ。

7 次の計算をせよ。

(1) $(-2a)^3 \times (3a^2b^3)^3 \div (6a^2b)^2$

(2) $\frac{1}{15}xy \div \left(-\frac{49}{25}x^2y^3z\right) \times (-7xyz^2)^2$

発展問題

8 $A+2B=x^2-3x-4$, $A-B=5-2x^2$ のとき, 整式 A , B を求めよ。

㊦ A , B についての連立方程式と考える。

1章 数と式

[p. 4] 1 整式の加法・減法, 指数法則

- 1 (1) 次数は3, 係数は-4
 (2) x について整理する。 $yx^3+(y^2-6)x+4$
 次数は3, x^3 の係数は y , x^2 の係数は0, x の係数は y^2-6 , 定数項は4

(3) ① $-x^3-x^2-3x-3$
 ② $(c-1)x^2+(ab-6)x-4a$

- 2 (1) $3x^2+2x-1$
 (2) x^3-7x^2+x-12
 (3) $2x-4y+6$
 (4) $5x^2-2x$

- 3 (1) a^6 (2) a^{18}
 (3) $-8x^9y^3$ (4) $-12b^3$

[p. 5]

- 4 類題 (1) $-x^2+13y^2$ (2) $5x^2+xy-7y^2$

- 5 (1) 和 $-12x^3-x^2+2x+5$
 差 $16x^3-x^2-2x+3$

(2) 和 $\frac{5}{6}x^2-\frac{7}{2}xy+\frac{5}{4}y^2$
 差 $\frac{1}{6}x^2-\frac{5}{2}xy-\frac{3}{4}y^2$

- 6 (1) $A-(2x^2-3x-5)=x^2-1$ より
 $A=3x^2-3x-6$
 (2) $-3x^2+5x-1-A=-2x^2$ より
 $A=-x^2+5x-1$

- 7 (1) $-6a^5b^7$ (2) $-\frac{5}{3}xz^3$

- 8 $A+2B=x^2-3x-4$ ……①
 $A-B=-2x^2+5$ ……②
 ①-②より, $3B=3x^2-3x-9$
 $B=x^2-x-3$, $A=-x^2-x+2$

[p. 6] 2 展開の公式

- 9 (1) $4x^2+12x+9$ (2) $a^2-8a+16$
 (3) $9a^2+12ab+4b^2$
 (4) $a^2x^2-2abxy+b^2y^2$

- 10 (1) $25-x^2$ (2) $4a^2-9b^2$
 (3) $x^2+3xy+2y^2$ (4) $a^2-2ab-3b^2$

- 11 (1) $2a^2+9a+4$ (2) $6x^2-7x-3$
 (3) $3x^2-13xy+12y^2$
 (4) $15a^2+14ab-8b^2$

- 12 (1) $x^3+6x^2+12x+8$
 (2) $x^3-9x^2y+27xy^2-27y^3$
 (3) $8x^3+12x^2y+6xy^2+y^3$
 (4) $27x^3-108x^2y+144xy^2-64y^3$
 (5) a^3+27 (6) $8a^3-b^3$
 (7) $8t^3+1$ (8) $8x^3-27y^3$

[p. 7]

- 13 類題 (1) 前から順に展開していく。

$$(a^2-b^2)(a^2+b^2)(a^4+b^4)=(a^4-b^4)(a^4+b^4)=a^8-b^8$$

(2) $\{(2x^2+3)-3x\}\{(2x^2+3)+x\}$
 $= (2x^2+3)^2-2x(2x^2+3)-3x^2$
 $= 4x^4-4x^3+9x^2-6x+9$

- 14 (1) $3x^2-10x+8$ (2) $8a^2-10ab-3b^2$
 (3) $8x^3-36x^2+54x-27$
 (4) $a^3+12a^2b+48ab^2+64b^3$
 (5) x^3+125 (6) $64a^3-125b^3$

- 15 (1) $a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$
 (2) $x^4-4x^3-2x^2+12x+9$
 (3) $\{(a+c)-2b\}\{(a+c)+2b\}=(a+c)^2-4b^2$
 $= a^2-4b^2+c^2+2ac$

(4) $\{2x^2-(3x-1)\}\{2x^2+(3x-1)\}$
 $= 4x^4-(3x-1)^2=4x^4-9x^2+6x-1$

- 16 (1) $\{(x+1)(x-1)\}\{(x+2)(x-2)\}$
 $= (x^2-1)(x^2-4)=x^4-5x^2+4$
 (2) $\{(x+1)(x-6)\}\{(x-2)(x-3)\}$
 $= (x^2-5x-6)(x^2-5x+6)$
 $= (x^2-5x)^2-36=x^4-10x^3+25x^2-36$

(3) $\{(x-y)(x+y)\}^2(x^2+y^2)^2$
 $= \{(x^2-y^2)(x^2+y^2)\}^2$
 $= (x^4-y^4)^2=x^8-2x^4y^4+y^8$

(4) $\{(b+c)+a\}\{(b+c)-a\}$
 $\times \{a-(b-c)\}\{a+(b-c)\}$
 $= \{(b+c)^2-a^2\}\{a^2-(b-c)^2\}$
 $= -\{a^4-(2b^2+2c^2)a^2+(b+c)^2(b-c)^2\}$
 $= -a^4+2a^2b^2+2a^2c^2-b^4+2b^2c^2-c^4$
 $= -a^4-b^4-c^4+2a^2b^2+2b^2c^2+2c^2a^2$

- 17 (1) $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy=a^2-2b$
 (2) $x^3+y^3=(x+y)^3-3xy(x+y)=a^3-3ab$
 (3) $x^4+y^4=(x^2+y^2)^2-2x^2y^2$
 $= (a^2-2b)^2-2b^2=a^4-4a^2b+2b^2$

注 $(x+y)^4=x^4+4x^3y+6x^2y^2+4xy^3+y^4$
 より, $x^4+y^4=(x+y)^4-2xy(2x^2+3xy+2y^2)$
 $= (x+y)^4-2xy\{2(x+y)^2-xy\}$
 $= (x+y)^4-4xy(x+y)^2+2x^2y^2$ となる。

[p. 8] 3 因数分解(1)

- 18 (1) $(x+3)^2$ (2) $(3x+y)^2$
 (3) $(a-5)^2$ (4) $2(2a-3b)^2$
 (5) $(3xy+5z)(3xy-5z)$
 (6) $xy(x+1)(x-1)$
 (7) $(a-2)(a+6)$
 (8) $a(a+3b)(a-18b)$
- 19 (1) $(2x+3)(x+2)$
 (2) $(2x-1)(x+3)$
 (3) $(3x-4)(x-2)$
 (4) $(3x+4)(x-2)$