数学A

特　色

本書は，学習指導要領をふまえ，各単元の標準的なレベルの問題を，年間を通じてじっくり完全マスターし，あわせて，受験への基礎対策用としても使用できるように編集されています。

数学は体系が整然としている学問ですから，1つの単元を把握するためには，それを構成している基本事項を正確に理解し，さらに，その単元における典型的な問題の解法パターンを習得することが必要です。

そこで本書では，各単元において，基本事項や重要事項を習得するための基本レベルの問題を取り上げ，それらを反復練習することでまず基礎を固め，続いて，単元の内容をより深く理解する上で必須となる標準レベルの問題を精選して，その解き方をパターンとして学ぶことによって，幅広い応用力が定着するようにしました。

構　成

○数学Aで学習する事項を，4章28セクションに分けました。
○各セクションは見開き2ページ構成で，年間計画がたてやすいよう配慮されています。

☆1セクションの構成

(セクション)

学習の要点　言葉による基本事項の説明。
公式や計算法則の例示。

↓

基本問題　新しく学習する内容についての理解度をチェックする。
基本レベルの問題で構成。

↓

例　　題　単元を代表する標準レベルの問題を，解き方のパターンをも含めて学習する。

↓

標準問題
発展問題　例題の関連問題を解きながら，応用範囲の広い実戦力の養成をめざす。

↓

章末問題　章全体のまとめと，程度の高い問題で応用力を養う。

もくじ

1章　場合の数

2章　確率

3章　図形の性質

4章　整数の性質

1章 場合の数

1 集合の要素の個数

☆学習の要点☆

❶ 有限集合と無限集合

(1) 要素の個数が有限である集合を**有限集合**といい，有限集合 A の要素の個数を $n(A)$ で表す。

(2) 要素の個数が有限でない集合を**無限集合**という。

❷ 和集合の要素の個数

$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$

とくに，$A\cap B=\phi$ のとき，$n(A\cup B)=n(A)+n(B)$

❸ 補集合の要素の個数

$n(\overline{A})=n(U)-n(A)$

●基本問題――●●

1 ［**集合の要素の個数**］ 次の集合 A について，$n(A)$ の値を求めよ。

(1) $A=\{x\,|\,x^2-1=0\}$　　(2) $A=\{x\,|\,x^2+4=0,\ x$ は実数$\}$

(3) $A=\{x\,|\,-2\leqq x<2,\ x$ は整数$\}$　　(4) $A=\{x\,|\,x$ は 28 の正の約数$\}$

2 ［**和集合の要素の個数**］ 1 から 100 までの整数のうち，3 の倍数の集合を A，5 の倍数の集合を B とする。次の集合の要素の個数を求めよ。

(1) A　　(2) B　　(3) $A\cap B$　　(4) $A\cup B$

3 ［**補集合の要素の個数**］ 1 から 100 までの整数のうち，4 で割り切れる数の集合を P とする。次の集合の要素の個数を求めよ。

(1) P　　(2) $\overline{P}$

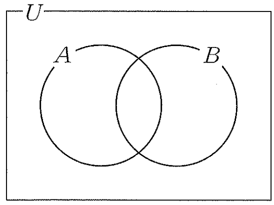
4 ［**和集合，補集合の要素の個数**］ 全体集合 U と，その部分集合 A，B について，

$n(U)=50,\quad n(A)=28,\quad n(B)=19,\quad n(A\cap B)=6$

であるとき，次の集合の要素の個数を求めよ。

(1) $A\cup B$　　(2) $\overline{A}\cap\overline{B}$

(3) $\overline{A}\cap B$　　(4) $A\cup\overline{B}$



例題 1 要素の個数

1 から 100 までの整数について，2，3，5 のいずれかで割り切れる数はいくつあるか。

着眼点　$n(A\cup B\cup C)=n(A)+n(B)+n(C)-n(A\cap B)-n(B\cap C)-n(C\cap A)+n(A\cap B\cap C)$ が成り立つ。

解　2 の倍数の集合を A，3 の倍数の集合を B，5 の倍数の集合を C とすると，

$$n(A)=50,\quad n(B)=33,\quad n(C)=20$$

$A\cap B$ は，2 でも 3 でも割り切れる整数の集合だから，6 の倍数の集合。よって，$n(A\cap B)=16$

同様に，$B\cap C$ は 15 の倍数，$C\cap A$ は 10 の倍数の集合より，$n(B\cap C)=6$，　$n(C\cap A)=10$

また，$A\cap B\cap C$ は 30 の倍数の集合だから，$n(A\cap B\cap C)=3$

求める集合は $A\cup B\cup C$ だから，その個数は，

$$n(A\cup B\cup C)=n(A)+n(B)+n(C)-n(A\cap B)-n(B\cap C)-n(C\cap A)+n(A\cap B\cap C)$$
$$=50+33+20-16-6-10+3=74$$

答　74 個

5 類題　1 から 200 までの自然数の集合を N とし，A，B，C を N の部分集合とする。A は 3 の倍数のすべての集合，B は 5 の倍数のすべての集合，C は 7 の倍数のすべての集合とする。集合 S の要素の個数を $n(S)$ で表すとき，次の各個数を求めよ。

(1)　$n(A)$，$n(B)$，$n(C)$　　(2)　$n(A\cap B)$，$n(A\cap B\cap C)$

(3)　$n(A\cup B)$，$n(A\cup B\cup C)$　〈明治大〉

▶標準問題 ◀◀

6　1 から 100 までの自然数で，2 の倍数全体の集合を A，3 の倍数全体の集合を B，5 の倍数全体の集合を C とするとき，次の各個数を求めよ。

(1)　$n(A\cup B)$　　(2)　$n(A\cup C)$　　(3)　$n(\overline{A}\cup\overline{B})$

(4)　$n(\overline{A}\cap\overline{C})$　　(5)　$n(A\cap B\cap C)$　　(6)　$n(A\cup B\cup C)$

7　200 以下の正の整数の中で，3 の倍数であるが，4 の倍数でも 5 の倍数でもない数はいくつあるか。

〈日本女子大改〉

◆発展問題 ◆◆

8　ある市場調査に 300 人のモニターが回答し，電気製品 A，B，C を持っているかどうかが調べられた。A を持っている人，B を持っている人，C を持っている人はそれぞれ 100 人，120 人，130 人であった。3 種類とも持っている人は 10 人，3 種類とも持っていない人は 60 人であった。

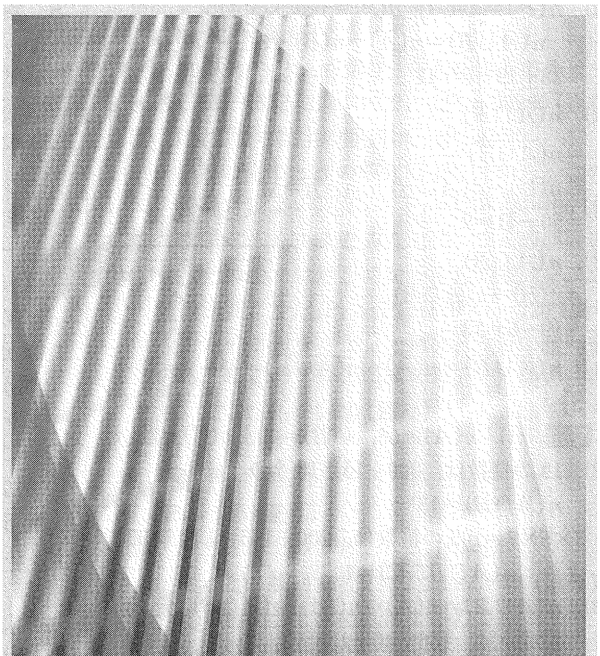
どれか 2 種類を持っているのは何人か。　〈立教大〉

ヒント　まず，$n(A\cap B)+n(B\cap C)+n(C\cap A)$ を求める。

高校ゼミ・エセンス

数学A

解答編



CKT

1章　場合の数

【p. 4】 1　集合の要素の個数

1 (1)　$A=\{-1,\ 1\}$ より，$\boldsymbol{n(A)=2}$

(2)　$x^2+4=0$ の解はないから，$A=\phi$，$\boldsymbol{n(A)=0}$

(3)　$A=\{-2,\ -1,\ 0,\ 1\}$ より，$\boldsymbol{n(A)=4}$

(4)　$A=\{1,\ 2,\ 4,\ 7,\ 14,\ 28\}$ より，$\boldsymbol{n(A)=6}$

2 (1)　$A=\{3\cdot1,\ 3\cdot2,\ 3\cdot3,\ \cdots,\ 3\cdot33\}$ より，
$\boldsymbol{n(A)=33}$

(2)　$B=\{5\cdot1,\ 5\cdot2,\ 5\cdot3,\ \cdots,\ 5\cdot20\}$ より，
$\boldsymbol{n(B)=20}$

(3)　$A\cap B$ は 15 の倍数だから，
$A\cap B=\{15\cdot1,\ 15\cdot2,\ 15\cdot3,\ \cdots,\ 15\cdot6\}$ より，
$\boldsymbol{n(A\cap B)=6}$

(4)　$\boldsymbol{n(A\cup B)}=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$
$=33+20-6=\boldsymbol{47}$

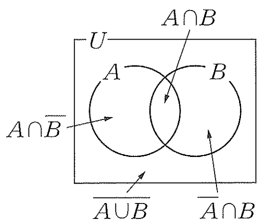
3　全体集合を U とすると，
$U=\{1,\ 2,\ \cdots,\ 100\}$，$n(U)=100$

(1)　$P=\{4\cdot1,\ 4\cdot2,\ \cdots,\ 4\cdot25\}$ より，$\boldsymbol{n(P)=25}$

(2)　$\boldsymbol{n(\overline{P})}=n(U)-n(P)=100-25=\boldsymbol{75}$

4 (1)　$\boldsymbol{n(A\cup B)}=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$
$=28+19-6=\boldsymbol{41}$

(2)　$\boldsymbol{n(\overline{A}\cap\overline{B})}$
$=n(\overline{A\cup B})$
$=n(U)-n(A\cup B)$
$=50-41=\boldsymbol{9}$



(3)　$\boldsymbol{n(\overline{A}\cap B)}$
$=n(B)-n(A\cap B)$
$=19-6=\boldsymbol{13}$

(4)　$\boldsymbol{n(A\cup\overline{B})}=n(A)+n(\overline{A\cup B})=28+9=\boldsymbol{37}$

【p. 5】

5 類題 (1)　$n(A)=66$，$n(B)=40$，$n(C)=28$

(2)　15 の倍数は，$200\div15=13$ 余り 5 より，
$\boldsymbol{n(A\cap B)=13}$
$3\times5\times7=105$ の倍数は，$200\div105=1$ 余り 95 より，$\boldsymbol{n(A\cap B\cap C)=1}$

(3)　$\boldsymbol{n(A\cup B)}=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$
$=66+40-13=\boldsymbol{93}$

$\boldsymbol{n(A\cup B\cup C)}$
$=n(A)+n(B)+n(C)-n(A\cap B)$
$-n(B\cap C)-n(C\cap A)+n(A\cap B\cap C)$
$=66+40+28-(13+9+5)+1=\boldsymbol{108}$

6　$n(A)=50$，$n(B)=33$，$n(C)=20$，
$n(A\cap B)=16$，$n(A\cap C)=10$，$n(B\cap C)=6$，
$n(A\cap B\cap C)=3$

(1)　$\boldsymbol{n(A\cup B)}=50+33-16=\boldsymbol{67}$

(2)　$\boldsymbol{n(A\cup C)}=50+20-10=\boldsymbol{60}$

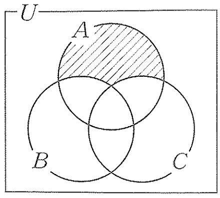
(3)　$\boldsymbol{n(\overline{A}\cup\overline{B})}=n(\overline{A\cap B})=n(U)-n(A\cap B)$
$=100-16=\boldsymbol{84}$

(4)　$\boldsymbol{n(\overline{A}\cap\overline{C})}=n(\overline{A\cup C})=n(U)-n(A\cup C)$
$=\boldsymbol{40}$

(5)　$\boldsymbol{n(A\cap B\cap C)=3}$

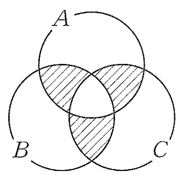
(6)　$\boldsymbol{n(A\cup B\cup C)}=50+33+20-16-6-10+3$
$=\boldsymbol{74}$

7　200 以下の正の整数の中で，3 の倍数，4 の倍数，5 の倍数の集合をそれぞれ A，B，C とすると，求めるものは，集合 $A\cap\overline{B}\cap\overline{C}$（図の斜線部分）の要素の個数である。



$A=\{3\cdot1,\ 3\cdot2,\ \cdots,\ 3\cdot66\}$
$A\cap B=\{12\cdot1,\ 12\cdot2,\ \cdots,\ 12\cdot16\}$
$A\cap C=\{15\cdot1,\ 15\cdot2,\ \cdots,\ 15\cdot13\}$
$A\cap B\cap C=\{60\cdot1,\ 60\cdot2,\ 60\cdot3\}$
したがって，$n(A\cap\overline{B}\cap\overline{C})$
$=n(A)-n(A\cap B)-n(A\cap C)+n(A\cap B\cap C)$
$=66-16-13+3=40$　　よって，**40 個**

8　製品 A，B，C を持っている人の集合を，それぞれ A，B，C とすると，$n(A)=100$，$n(B)=120$，
$n(C)=130$，$n(A\cap B\cap C)=10$
また，$n(A\cup B\cup C)=300-60=240$
$n(A\cup B\cup C)=n(A)+n(B)+n(C)-n(A\cap B)$
$-n(B\cap C)-n(C\cap A)+n(A\cap B\cap C)$ より，
$240=100+120+130$
$-n(A\cap B)-n(B\cap C)-n(C\cap A)+10$
よって，$n(A\cap B)+n(B\cap C)+n(C\cap A)=120$
求める人数は，図の斜線部分の集合の要素の個数だから，



$120-3\cdot n(A\cap B\cap C)$
$=120-3\times10=90$
すなわち　**90 人**

【p. 6】 2　場合の数

9 (1)　(1，4)，(4，1)，(2，3)，(3，2) の **4 通り**

(2)　目の和が 8 の場合の数は，(2，6)，(6，2)，(3，5)，(5，3)，(4，4) の 5 通り。
よって，求める場合の数は，和の法則より，
$4+5=$**9（通り）**

(3)　(3，6)，(6，3)，(4，5)，(5，4)，(4，6)，(6，4)，(5，5)，(5，6)，(6，5)，(6，6) の **10 通り**

(4)　目の積が奇数になるのは，(1，1)，(1，3)，(1，5)，(3，1)，(3，3)，(3，5)，(5，1)，(5，3)，(5，5) の 9 通り。また，すべての場合は，6×6
$=36$ 通り。求める場合の数は，$36-9=$**27（通り）**

10　5 の倍数となるのは，(1，5)，(2，5)，(3，5)，(4，5)，(6，5)，(7，5) の 6 通り。また，6 の倍数となるのは，(1，2)，(2，4)，(3，6)，(4，2)，(5，4)，(7，2) の 6 通り。和の法則より，