

# 本書の特色と使い方

本書は、高校進学が決まっている皆さんに、少しでも早く高校数学の必須科目である数学Ⅰの内容を先取りしてもらい、入学してからの学習がスムーズに進むことをねらいとして編集されています。数学Ⅰは、方程式と不等式、2次関数、図形と計量の3つの内容で構成されていますが、本書では、各内容の主要単元から、重要な基本事項を中心に取り上げました。

本書をはじめるときにあたって、以下に述べることを知った上で、最小の労力で最大の効果が上がるように使用して下さい。

## ◆本書の構成◆

- ▶ **基本のまとめ**……………定理・公式・用語・計算のしかたなどを簡潔にまとめてあります。定理・公式は、それを見ただけでは覚えられません。問題と照らし合わせながらマスターするようにしましょう。
- ▶ **例題**……………その単元の代表的な問題を載せてあります。基本のまとめを参考にしながら、自分で問題を解くことによって、公式や解法のしかたを覚えるようにしましょう。
- ▶ **類題**……………**例題**の問題と対応させて、その類題を載せてあります。**例題**で覚えたことがらを、さらによく理解するようにしましょう。
- ▶ **練習問題**……………**例題**、**類題**で学習したことがらがどれだけ身についているか確かめてみます。できなかった問題は、「どうせ高校に入ってからもう一度やるさ。」などと思わないで、その場で解決するように心掛けましょう。

## も く じ

第1講座・整式の計算	……………P.2
第2講座・1次不等式, 2次方程式	……………P.4
第3講座・関数とグラフ	……………P.7
第4講座・2次関数のグラフ	……………P.9
第5講座・2次関数の最大・最小	……………P.12
第6講座・2次関数のグラフと $x$ 軸との位置関係	……………P.14
第7講座・鋭角の三角比	……………P.16
第8講座・鈍角の三角比	……………P.18
第9講座・三角比の相互関係	……………P.20
第10講座・正弦定理と余弦定理	……………P.22

## ◆基本のまとめ◆

## ① 指数法則

$m, n$  を正の整数とするとき、次の指数法則が成り立つ。

①  $a^m a^n = a^{m+n}$

②  $(a^m)^n = a^{mn}$

③  $(ab)^n = a^n b^n$

## ② 乗法公式 (①~④は中学で学習済み)

①  $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

②  $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

③  $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

④  $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$

⑤  $(ax+b)(cx+d) = acx^2 + (ad+bc)x + bd$

⑥  $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

⑦  $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

⑧  $(a+b)(a^2-ab+b^2) = a^3+b^3$

⑨  $(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3-b^3$

## ③ 因数分解の公式 (①~④は中学で学習済み)

①  $a^2+2ab+b^2 = (a+b)^2$

②  $a^2-2ab+b^2 = (a-b)^2$

③  $a^2-b^2 = (a+b)(a-b)$

④  $x^2+(a+b)x+ab = (x+a)(x+b)$

⑤  $acx^2+(ad+bc)x+bd = (ax+b)(cx+d)$

⑥  $a^3+b^3 = (a+b)(a^2-ab+b^2)$

⑦  $a^3-b^3 = (a-b)(a^2+ab+b^2)$

## 例題 乗法公式(1)

1 次の式を展開せよ。

(1)  $(3x+1)(2x-3)$

(2)  $(3x+2y)(5x+6y)$

## ●類題●

2 次の式を展開せよ。

(1)  $(2a-5)(7a+3)$

(2)  $(5x-4y)(3x+y)$

## 例題 乗法公式(2)

3 次の式を展開せよ。

(1)  $(x+3)^3$

(2)  $(2a+1)(4a^2-2a+1)$

## ◆基本のまとめ◆

## ① 不等式の性質

①  $a < b$ ならば  $a + c < b + c$ ,  $a - c < b - c$

②  $a < b$ ,  $c > 0$ ならば  $ac < bc$ ,  $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$

$a < b$ ,  $c < 0$ ならば  $ac > bc$ ,  $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$

例 不等式  $4x - 1 \leq 6x + 3$ の解

$$4x - 1 \leq 6x + 3$$

$$4x - 6x \leq 3 + 1 \leftarrow \text{移項する。}$$

$$-2x \leq 4$$

$$x \geq -2 \leftarrow \text{両辺を}-2\text{でわる。}$$

## ② 連立不等式

いくつかの不等式を組み合わせたものを**連立不等式**といい、これらの不等式を同時に満たす $x$ の値の範囲を求めることを、連立不等式を**解く**という。

## ③ 2次方程式の解の公式

① 2次方程式  $ax^2 + bx + c = 0$ において

$$b^2 - 4ac \geq 0 \text{ならば } x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

 $b^2 - 4ac < 0$ ならば 解はない。② 2次方程式  $ax^2 + 2b'x + c = 0$ において

$$b'^2 - ac \geq 0 \text{ならば } x = \frac{-b' \pm \sqrt{b'^2 - ac}}{a}$$

 $b'^2 - ac < 0$ ならば 解はない。● 上の $b^2 - 4ac$ を、一般的に $D(b'^2 - ac)$ を $\frac{D}{4}$ で表す。例  $x^2 + x + 3 = 0$ のとき

$$D = 1^2 - 4 \times 1 \times 3 = -11 < 0$$

より、解はない。

例  $x^2 - 6x - 1 = 0$ のとき

$$\frac{D}{4} = (-3)^2 - 1 \times (-1) = 10 > 0$$

より、解は  $x = 3 \pm \sqrt{10}$ 

## ④ 重解

2次方程式  $ax^2 + bx + c = 0$ の解の公式において

$$b^2 - 4ac = 0 \text{のとき } x = -\frac{b}{2a} \quad \text{これを、2つの解が重なったものと考えて重解という。}$$

## 例題 1次不等式

1 次の1次不等式を解け。

(1)  $9x > 14x + 20$

(2)  $12x + 7 \geq 6x - 17$

(3)  $2(x - 2) < 3(4 - x)$

(4)  $\frac{1}{4}x + \frac{1}{3} \leq \frac{2}{3}x - \frac{1}{2}$

# 高校準備講座

## 解答と解説

### 第1講座 整式の計算

P2

- 1 (1)  $(3x+1)(2x-3)$   
 $=3 \times 2 \times x^2 + \{3 \times (-3) + 1 \times 2\}x + 1 \times (-3)$   
 $=6x^2 - 7x - 3$
- (2)  $(3x+2y)(5x+6y)$   
 $=3 \times 5 \times x^2 + (3 \times 6 + 2 \times 5)xy + 2 \times 6 \times y^2$   
 $=15x^2 + 28xy + 12y^2$
- 2 (1)  $(2a-5)(7a+3)$   
 $=2 \times 7 \times a^2 + \{2 \times 3 + (-5 \times 7)\}a + (-5) \times 3$   
 $=14a^2 - 29a - 15$
- (2)  $(5x-4y)(3x+y)$   
 $=5 \times 3 \times x^2 + \{5 \times 1 + (-4) \times 3\}xy + (-4) \times 1 \times y^2$   
 $=15x^2 - 7xy - 4y^2$
- 3 (1)  $(x+3)^3 = x^3 + 3 \times x^2 \times 3 + 3 \times x \times 3^2 + 3^3$   
 $=x^3 + 9x^2 + 27x + 27$

(2)  $(2a+1)(4a^2-2a+1)$   
 $= (2a+1) \{ (2a)^2 - 2a \times 1 + 1^2 \} = 8a^3 + 1$

P3

- 4 (1)  $(2a-b)^3 = (2a)^3 - 3 \times (2a)^2 \times b + 3 \times 2a \times b^2 - b^3$   
 $= 8a^3 - 12a^2b + 6ab^2 - b^3$
- (2)  $(x-3y)(x^2+3xy+9y^2)$   
 $= (x-3y) \{x^2 + x \times (3y) + (3y)^2\}$   
 $= x^3 - (3y)^3 = x^3 - 27y^3$

5 (1) 下のような計算により,

$$2x^2 - 13x + 6 = (2x-1)(x-6)$$

2	-1	→	-1
1	-6	→	-12
2	6		-13

(2次の係数) (定数項) (1次の係数)

- (2) 右のような計算により,
- |                      |                              |
|----------------------|------------------------------|
| $3x^2 + 11xy + 6y^2$ | $3x^2 + 2y \rightarrow 2y$   |
| $= (3x+2y)(x+3y)$    | $1 \times 3y \rightarrow 9y$ |
|                      | $3 \quad 6y^2 \quad 11y$     |
- 6 (1) 右のような計算により,
- |                 |                              |
|-----------------|------------------------------|
| $3x^2 - 2x - 8$ | $3x^2 - 4 \rightarrow 4$     |
| $= (3x+4)(x-2)$ | $1 \times -2 \rightarrow -6$ |
|                 | $3 \quad -8 \quad -2$        |
- (2) 右のような計算により,
- |                       |                                |
|-----------------------|--------------------------------|
| $12a^2 + 7ab - 12b^2$ | $3 \times 4b \rightarrow 16b$  |
| $= (3a+4b)(4a-3b)$    | $4 \times -3b \rightarrow -9b$ |
|                       | $12 \quad -12b^2 \quad 7b$     |

# 数 学

- 7 (1)  $64a^3 + b^3 = (4a)^3 + b^3$   
 $= (4a+b) \{ (4a)^2 - 4a \times b + b^2 \}$   
 $= (4a+b)(16a^2 - 4ab + b^2)$
- (2)  $8x^4 - xy^3 = x(8x^3 - y^3)$   
 $= x \{ (2x)^3 - y^3 \}$   
 $= x(2x-y) \{ (2x)^2 + 2x \times y + y^2 \}$   
 $= x(2x-y)(4x^2 + 2xy + y^2)$
- 8 (1)  $1 - 27a^3 = 1 - (3a)^3$   
 $= (1-3a)(1+3a+9a^2)$
- (4)  $54x^3 + 16y^3 = 2(27x^3 + 8y^3)$   
 $= 2 \{ (3x)^3 + (2y)^3 \}$   
 $= 2(3x+2y)(9x^2 - 6xy + 4y^2)$
- 9 (1)  $a^2b^3 \times (-3ab^2)^3 = a^2b^3 \times (-3)^3 \times a^3b^6$   
 $= -27a^5b^9$
- (2)  $-x^2y \times (-3xy)^4 \times (-2x^3y^2)^2$   
 $= -x^2y \times (-3)^4 \times x^4y^4 \times (-2)^2 \times x^6y^4$   
 $= -324x^{12}y^9$
- 10 (1)  $a+c=A$  とおくと,  
与式  $= (A+b)(A-b) = A^2 - b^2$   
 $= (a+c)^2 - b^2$   
 $= a^2 - b^2 + c^2 + 2ac$
- (2) 与式  $= (x-1)(x^2+x+1)(x^3-1)$   
 $= (x^3-1)(x^3-1)$   
 $= (x^3-1)^2$   
 $= x^6 - 2x^3 + 1$
- 11 (1) 右のような計算により,
- |                        |                              |
|------------------------|------------------------------|
| $ax^2 + (a^2+4)x + 4a$ | $1 \times a \rightarrow a^2$ |
| $= (x+a)(ax+4)$        | $a \times 4 \rightarrow 4a$  |
|                        | $a \quad 4a \quad a^2 + 4$   |
- (2)  $x^9 - 1 = (x^3)^3 - 1$   
 $= (x^3-1) \{ (x^3)^2 + x^3 + 1 \}$   
 $= (x-1)(x^2+x+1)(x^6+x^3+1)$